

МНОГОМАСШТАБНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ НЕЛИНЕЙНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ И ПОВРЕЖДЕННОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ С ТРЕЩИНАМИ И УГЛОВЫМИ ВЫРЕЗАМИ

Л. В. Степанова, Е. М. Адылина

Самарский государственный университет
lst@ssu.samara.ru, kateadulina@mail.ru

В современной механике разрушения в последнее время сложилось представление о процессе разрушения как о многомасштабном, многоуровневом процессе. Аналитическое моделирование многомасштабного, многоуровневого характера разрушения и изменения микроструктуры материала сопряжено со многими трудностями, обусловленными невозможностью континуальной механики сплошных сред различать явление на разных масштабах. Введение характерных длин, отвечающих разным масштабам, часто также оказывается неудовлетворительным, поскольку теории, базирующиеся на введении характерных длин, также часто не могут ответить на вопрос, почему один и тот же материал на очень малых масштабах может проявлять совершенно иное поведение на больших масштабах. Микроструктура материала может оказывать существенное влияние на макроскопическое поведение образца. Поэтому целесообразно создать такую модель, которая бы связывала микроструктуру материала и ее влияние на макроскопическое поведение образца. В механике разрушения подобная модель может быть создана на основе использования сингулярного поведения напряжений у вершины трещины или углового выреза с различными показателями степени в асимптотическом разложении напряжений вблизи кончика трещины. В линейной механике разрушения (ЛМР) в качестве базового распределения может быть выбрано классическое решение Уильямса с корневой особенностью. Более сильная или более слабая особенности могут быть введены для моделирования степени поврежденности (степени разрушения) материала у кончика трещины на уровне мезо и микроструктуры материала. Математически данная модель приводит к необходимости определения всего спектра собственных значений в задачах на собственные значения, следующих из проблемы нахождения напряженно-деформированного состояния у вершины трещины. Если в ЛМР весь спектр собственных значений найден и построено полное асимптотическое представление полей напряжений и перемещений (полное решение М. Уильямса), то в нелинейной механике разрушения многие вопросы остаются открытыми. В настоящей работе определен весь спектр собственных значений в нелинейной задаче на собственные значения, следующей из проблемы нахождения напряженно-деформированного состояния вблизи кончика трещины в материале со степенным определяющим законом в условиях смешанного нагружения для всех значений параметра смешанности нагружения от 0 (поперечный сдвиг) до 1 (нормальный отрыв). Результаты вычислений приведены в таблице.

Таблица. Собственные значения, отличные от собственного значения, соответствующего задаче ХРР, для $n = 4$

M^p	λ	$f''(0) = A_2$	$f'''(0) = A_3$	$f''(-\pi) = B_2$	$f'''(-\pi) = B_3$
0.05	-0.249125	2.587723	7.980687	16.155590	-14.4980
0.1	-0.233549	1.719647	3.371281	8.7395293	-7.73960
0.2	-0.21500	0.978250	1.178846	5.0028869	-4.36001
0.3	-0.206711	0.635352	0.454702	3.6870311	-3.19332
0.4	-0.204499	0.450211	0.065261	3.0645543	-2.64628
0.5	-0.206815	0.376605	-0.226999	2.655462	-2.2977

0.6	-0.214375	0.381905	-0.496003	2.395667	-2.0866
0.7	-0.220462	0.359169	-0.693196	2.149751	-1.8824
0.8	-0.227500	0.341902	-0.868176	1.928233	-1.6987
0.9	-0.234528	0.335559	-1.038674	1.723020	-1.5271
0.95	-0.236020	0.333577	-1.121558	1.617435	-1.4353

На рис. 1 показаны угловые распределения компонент тензора напряжений для новой асимптотики, определяемой найденными собственными значениями, отличными от собственных значений, отвечающих классической задаче ХРР.

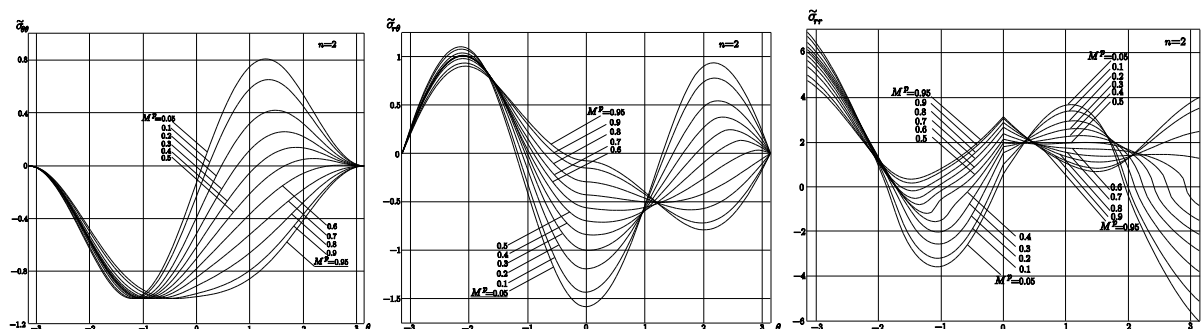


Рис. 1. Угловые распределения компонент тензора напряжений

С помощью предложенного подхода для целого ряда значений параметра смешанности нагружения найдены новые собственные значения. Установлено, что новая асимптотика поля напряжений может быть использована для исследования напряженно-деформированного состояния в окрестности вершины трещины с учетом процессов накопления повреждений. Новая асимптотика поля напряжений представляет собой автомодельное промежуточно-асимптотическое решение задачи о трещине в среде с поврежденностью в условиях смешанного нагружения. С использованием новой асимптотики поля напряжений построены области диспергированного материала у вершины трещины, где учитывается процесс накопления рассеянных повреждений, где цифрой k показана граница области диспергированного материала, определяемая k -членным разложением параметра сплошности (рис.2).

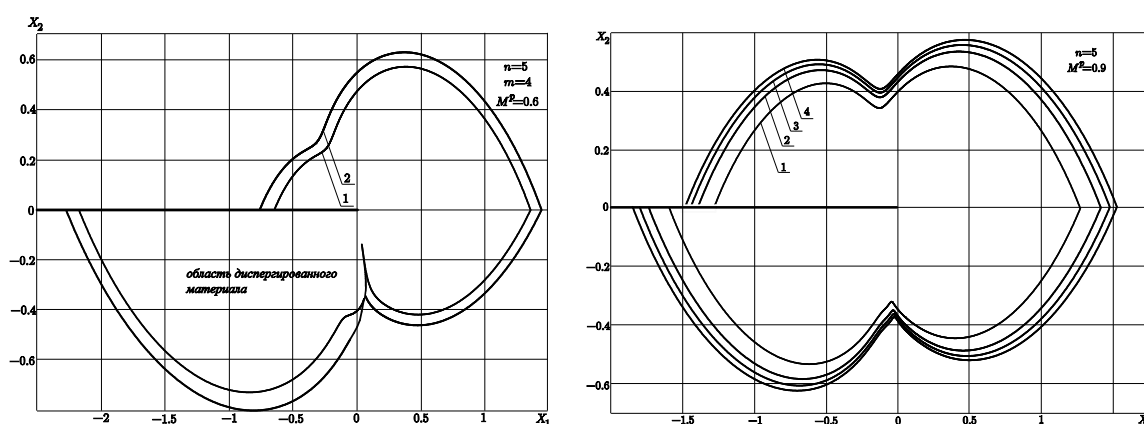


Рис. 2. Границы области диспергированного материала в окрестности вершины трещины для различных значений параметра смешанности нагружения

Авторы выражают благодарность Российскому фонду фундаментальных исследований (проект № 12-08-00390).